

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 1 页

作者: Masakiyo Kitazawa ad Teiji Kunihiro

链接: <https://arxiv.org/abs/2604.17764v1>

文章

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率*

Masakiyo Kitazawa^{1*}

和Teiji Kunihiro²

1

京都大学 Yukawa 理论物理研究所; kitazawa@yukawa.kyoto-u.ac.jp

2

京都大学 Yukawa 理论物理研究所; kunihiro@yukawa.kyoto-u.ac.jp

*

通讯作者: kitazawa@yukawa.kyoto-u.ac.jp

摘要

我们基于两味Nambu-Jona-Lasinio模型,系统地描述了QCD临界点(QCD-CP)和两味色超导电性(2SC-CP)的软模动力学,并研究了它们对相对论重离子碰撞(HIC)中电磁可观测量的影响。我们首先证明,与各自序参数的涨落耦合的集体激发是各自相变相关的软模,在各自临界温度以上的低能低动量区域,它们获得了显著的谱强度,各自的谱函数的峰值能量下降,即变软,并在临界点最终消失。研究表明,2SC的二夸克软模导致伪隙,即费米面附近但高于临界温度的夸克谱态密度下降。然后,利用凝聚态物理学中描述金属超导体正常相“反常导电性”的思想,我们表明软模导致电导率和双夸克产生率的异常增强,并讨论了它们与HIC的相关性。

关键词:软模;QCD临界点;色超导电性;伪隙;重离子碰撞中的双夸克产生率;电导率

1. 引言

现代物理学的核心问题之一是揭示热密物质(如致密星核或宇宙早期)的性质。由于这种极端热密物质应以量子色动力学(QCD)中的夸克和胶子来描述,这种努力可以等同于以QCD或QCD凝聚态物理学的方式发展凝聚态物理学。基于晶格QCD模拟和QCD低能有效理论的累积理论工作表明,在这种物质中可能发生各种类型的相变[1],包括色超导电性(CSC) [2]的出现,以及存在一个称为QCD临界点(QCD-CP) [3,4]的临界点,在较高密度和较低温度区域,一阶相变线结束,相变转向

二阶非零夸克质量¹。

*报告编号: YITP-26-39; J-PARC-TH-0334

1

实际上,由于矢量相互作用[6]、Kobayashi-Maskawa- ' t Hooft (KMT) 异常项以及各自配对粒子的费米球不匹配,QCD-CP周围的相结构可能更加复杂,并可能存在多个临界点[5]。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 2 页

2/21

使用高能重离子碰撞 (HIC) [7] 进行的地面实验已经用于探测这种高温高密度物质, 尽管是在非平衡状态下, 而且几个国家开发或计划中的下一代实验项目 [8] 以及束流能量扫描实验 [9,10] 都旨在关注相对较低温度下的密集物质。由于在正常相中, 随着系统接近临界点, 序参数的波动以发散的方式增长, 因此与这种波动相关的可观察量应该是探测 HIC 中 QCD 相变的主要兴趣点。

在 QCD-CP [11] 的情况下, 由于它在有限重子密度下存在显式手征对称破缺时出现, 其序参数是重子密度和手征标量凝聚态的线性组合, 这是由于电荷共轭对称性的违反, 正如 Walecka 的 σ - ω 模型 [12,13] 所熟知的那样; 参见后者的附录 B。因此, 人们一直对通过逐事件分析 [9,14,15] 提取重子数密度波动或二阶和更高阶累积量感兴趣。然而, 在本文中, 我们将关注正常相中序参数波动的动力学方面, 例如, 在临界温度以上, 其中序参数的动力学波动在空间区域具有主导强度。这是与密度波动相对应的集体粒子-空穴激发, 并且具有 QCD-CP 的软模性质, 即集体模式的峰值能量随着系统接近正常相中的 QCD-CP 而降低 (软化), 最终在该点变为零 [16-19]。

至于由费米球中的吸引力双夸克相关 (库珀对) 引起的 CSC, 由于夸克的内在自由度, 存在各种 CSC 模式 [2]。在这些配对模式的各种中, 本文仅考虑两味色超导电性 (2SC), 并考虑先导双夸克波动, 假设相变 2 的第二阶性质。事实上, 已经表明在 CSC 的正常相中存在一个特定的软模, 它在空间区域具有突出的光谱支持 [24-27]。

我们将基于质量为 2 味和 3 色的 Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型 [28-34], 基本上遵循参考文献 [24-27,35], 以协调一致的方式仔细检查与各自相变相关的这些软模的光谱特性。

然后, 我们首先表明 2SC 的双夸克软模导致夸克谱中的伪隙, 即 d 的下降 (降低)。

关于夸克谱在费米能级附近的态密度, 以及在临界温度以上及其附近的态密度。

尽管找到好的可观测量以实验上确认伪隙仍然是未来的一个问题, 但我们将表明, 这两个相变中的软模都会导致电导率异常增强, 并且希格斯玻色子对产生率 (DPR) 可以通过 HIC 观察到。为此, 我们采用凝聚态物理学中建立的一个想法来解释金属超导体中电导率异常过剩的现象, 称为 “反常电导率” [36-39], [39,40]。

不用说, 由于与周围物质的相互作用相对较弱, DPR 应该有助于通过 HIC 检测出所创造物质的动力学性质, 并且电导率在热密夸克物质中的重要性 [41-47] 已被揭示, 这对于理解 HIC 中创造物质的时空演化具有重要意义 [48-50]。

本文的组织结构如下。在下一节中, 我们介绍模型拉格朗日量, 并展示其在平均场近似下的相图。在第 3 节中, 我们基于线性响应理论, 将软模作为集体激发给出统一的描述, 并阐明了谱函数解析性质的重要差异; 然后, 关注各自的解析性质, 我们推导出在各自临界点附近的近似低能有效传播子。在第 4 节中, 我们计算了夸克态密度。应注意的是, 胶子涨落可能会将相对较低密度下的相变从第二阶转变为 (弱) 第一阶 [20-23]。然而, 关于低密度区域第一阶性质强度的结论性说法似乎并不存在。因此, 本文将假设相变是第二阶或弱第一阶。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 3 页

3/21

通过分析能谱并建立伪隙现象的出现。在第5节中，我们通过考虑软模来计算介质中的光子自能，并证明软模在2SC和QCD-CP各自的临界温度附近但高于这些温度时，会导致电导率和双电子产生率的异常增强。最后一节是对本文的简要总结和结论。

2. 模型拉格朗日量和相图

为了探索致密夸克物质中临界涨落的影响，我们采用了一种简单的2味NJL模型，其中包含电流夸克质量，正如参考文献[35]中所述，

$$L = \bar{\psi} (i \not{\partial} - m) \psi + GS [(\bar{\psi} \psi)^2 + (\bar{\psi} i \gamma_5 \psi)^2] + GD (\bar{\psi} i \gamma_5 \tau^A C) (\bar{\psi} C i \gamma_5 \tau^A \psi), \quad (2.1)$$

其中 $\psi(x)$ 是夸克场， $C(x) = i \gamma_2 \gamma_0 \psi^T(x)$ 表示其共轭。 $\tau^A = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ 是味SU(2)_f的泡利矩阵， τ^A ($A = 2, 5, 7$) 是色SU(3)_c的盖尔曼矩阵的反对称分量。标量耦合常数GS和动量截止 Λ 被确定，以便在当前夸克质量 $m = 5.5$ MeV 时再现 π 介子质量 $m_\pi = 138$ MeV 和 ρ 介子衰变常数 $f_\rho = 93$ MeV [32]：GS = 5.50 GeV⁻² 和 $\Lambda = 631$ MeV。我们将GD视为一个自由参数，并在各种估计得到的范围内变化[34]。

为了描述手征恢复和2SC相的出现，我们采用标量和双夸克算符的平均场近似 (MFA)，

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle(x, t) = \bar{\psi}(x, t) \psi(x, t)$$

和

$$\langle \bar{\psi} \tau^A C \psi \rangle(x, t) = \bar{\psi}(x, t) C \psi(x, t) i \gamma_5 \tau^A \psi(x, t), \quad (2.2)$$

以及它们各自的期望值 $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ 和 $\langle \bar{\psi} \tau^A C \psi \rangle$ 分别称为手征和双夸克凝聚。在这个近似下，拉格朗日密度具有以下形式

$$\begin{aligned} LMFA = & \bar{\psi} (i \not{\partial} - m) \psi - M \bar{\psi} \psi - 1 \\ & 2 (\bar{\psi} \tau^A C \psi + h.c.) - M^2 \\ & 4GS \\ & - |\Delta|^2 \\ & 4GD \\ & \Delta \bar{\psi} \tau^A C \psi + h.c. \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中 $M = -2GS \langle \bar{\psi} \psi \rangle$ 和 $\Delta = -2GD \langle \bar{\psi} \tau^A C \psi \rangle$ 。

从方程 (2.3) 中，计算了温度T和夸克化学势 μ 下每单位体积的热力学势[25]：

$$\begin{aligned} MFA = & (M - m)^2 \\ & 4GS \\ & + |\Delta|^2 \\ & 4GD \\ & - 4 \\ & Z \\ & d^3p \\ & (2\pi)^3 \\ & E_p + T \log \\ & \frac{1 + e^{-\beta(E_p + \mu)}}{1 + e^{-\beta(E_p - \mu)}} \\ & + \frac{1 + e^{-\beta(E_p + \mu)}}{1 + e^{-\beta(E_p - \mu)}} \text{sgn}(\Delta) - 2T \log \\ & \frac{1 + e^{-\beta(E_p + \mu)}}{1 + e^{-\beta(E_p - \mu)}} \text{sgn}(\Delta) - \beta/T \\ & E_p = \\ & q \\ & p^2 + M^2, \\ & \pm = E_p \pm \mu, \end{aligned} \quad (2.4)$$

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 3 页 (续)

$$\pm = \frac{q}{2 \pm + | | 2}. \quad (2.5)$$

在平衡状态下，M和 的期望值通过最小化 MFA得到，对 MFA的驻定条件给出了“隙方程”

$$\begin{aligned} & \text{MFA} \\ & M \\ & = 0, \\ & \text{MFA} \end{aligned}$$

$$= 0. \quad (2.6)$$

2SC相的特征是非零的双夸克凝聚。在2SC-PT时，2SC相中的 从零连续地变为非零值，前提是PT是二阶的，这意味着 MFA满足

$$\begin{aligned} & 2 \text{ MFA} \\ & 2 \end{aligned}$$

$$= 0 = 0, \quad (2.7)$$

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 4 页

4/21

200

250

300

350

400

450

500

μ [MeV]

20

40

60

80

100

T [MeV]

1st

2nd : GD = 0.70 GS

2nd : GD = 0.65 GS

2nd : GD = 0.60 GS

图1. 通过平均场近似在2味NJL模型 (2.1) [35]中计算得到的相图。实线表示GD = 0.70GS时计算的一阶相变。虚线、虚点线和点线分别表示GD/GS = 0.70、0.65和0.60时的二阶2SC-PT。QCD-CP由位于(TCP, μ CP) (46.712, 329.34) MeV的圆标记表示。

在2SC-PT处。方程(2.7)告诉我们，在最小点周围的自由能是平坦的，因此双夸克磁化率 $D = (\partial^2 MFA / \partial M^2)$ 是发散的，相应地，在2SC-PT处的波动也是发散的。这种发散是二阶相变的普遍特征[14]。我们将在后续章节中讨论其后果。由于非零当前夸克质量，手征凝聚态 χ 始终不为零。另一方面，当 MFA在低T和高 μ 区域有两个局部最小值时，当T和 μ 变化时，M和 χ 在全局最小值处的值可以发生不连续的变化，这对应于一阶相变。

在图1中，我们展示了通过MFA[35]得到的T- μ 平面上的相图：实线表示一阶相变线。位于(TCP, μ CP) (46.712, 329.34) MeV的圆标记表示一阶相变线的终点，在该点相变是二阶的，称为QCD-CP。虚线、虚点线和点线分别表示GD/GS = 0.70、0.65和0.60时的2SC-PT。2SC-PT的临界温度随着GD的增大而增加。在我们的模型中，2SC-PT是二阶的。

如引言所述，除了MFA之外的一些研究建议，由于胶子场的波动，2SC-PT的阶数是弱一阶[20,21,23]。由于不存在区分2SC相和正常相的全局对称性，2SC相的过渡可能必须是连续的[2]。无论如何，我们目前还没有关于2SC-PT阶数的明确结论，以下分析将仅基于MFA的结果进行。

在 MFA在低T和高 μ 区域存在的两个最小值合并的QCD-CP处，MFA在M- χ 平面上有一个平坦方向。如图1所示，在我们的模型中，QCD-CP处 $\chi = 0$ ，平坦方向沿M方向。因此，在最小值处，MFA满足 $\partial^2 MFA / \partial M^2 = 0$ ，(2.8)在QCD-CP处。方程(2.7)表明，M在QCD-CP处的波动是发散的。

3. 相变软模的集体双夸克/粒子-空穴激发

在本节中，我们讨论了2SC-PT和QC附近的 χ 和M波动动力学性质。

D-CP，分别基于线性响应理论。我们表明，这些场表现出集体激发，分别在相应的相变附近，强度函数具有显著峰值 [16,17,24,25,35]。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 5 页

$$Dk = + \dots,$$

$$Tk = Sk = + \dots,$$

$$Sk =$$

图2. 方程 (3.12) 的示意图。单线表示夸克传播子。

3.1. 线性响应理论

线性响应理论[51]是探索集体激发动力学性质的有用工具。该理论的关键思想是用表示为哈密顿量 $H_{ext} = \int d^3x dt [- ik \cdot x f(x, t) O(x, t)]$ 的无限小外部场扰动系统，其中 $O(x, t)$ 是玻色场算符， $f(x, t)$ 是经典函数。由于应用外部场， $O(x, t)$ 的期望值可以偏离其热力学期望值 O 。对于无限小扰动，这种偏差与 $f(x, t)$ 成正比，并由[51]表示

$$\langle O(x, t) \rangle - \langle O \rangle = \int d^3x dt DR(x-x', t-t') f(x', t'),$$

Z

$$\int d^3x dt DR(x-x', t-t') f(x', t'),$$

(3.9)

其中 $\langle O(x, t) \rangle_{ext}$ 表示有外部场时的期望值， $DR(x, t)$ 是推迟格林函数

$$DR(x, t) = -i \langle [O(x, t), O(0, 0)] \rangle (t),$$

(3.10)

其中 $[A, B] = AB - BA$ 是反对易子。方程 (3.9) 的傅里叶变换得到

$$\langle O(k, \omega) \rangle - \langle O \rangle = DR(k, \omega) f(k, \omega),$$

(3.11)

其中 $DR(k, \omega) = \int d^3x dt e^{i(k \cdot x - \omega t)} DR(x, t)$ 等等。

当 $DR(k, \omega)$ 在实 $\omega = \omega(k)$ 处有极点时，方程 (3.11) 告诉我们，在无限小外部扰动下， $\langle O(k, \omega) \rangle$ 变为非零。

这种模式形成了一种集体激发，它携带算符 $O(x, t)$ 的量子数。当 $DR(k, \omega)$ 在 $\omega = \omega(k) - i\epsilon$ 处有一个具有小虚部的复极点时，也称为存在一个发展良好的集体模式或准粒子。

为了探索 D 和 S 的波动，我们只需将算符 $\hat{A}(x, t)$ 和 $\hat{B}(x, t)$ 分别代入 $\hat{O}(x, t)$ 。我们分别将这些推迟函数表示为 $DR(k, \omega)$ 和 $S(k, \omega)$ 。

3.2. 随机相位近似和Thouless准则

与MFA一致的推迟格林函数 $DR(k, \omega)$ 和 $S(k, \omega)$

$D(k, \omega)$ 和 $S(k, \omega)$

$S(k, \omega)$ 由随机相位近似 (RPA) 或环近似给出，

$DR(k, \omega)$

$$D(k, \omega) = \frac{1}{1 + G(k, \omega) QR(k, \omega)}$$

$QR(k, \omega)$

$$QR(k, \omega) = \frac{1}{1 + G(k, \omega) QR(k, \omega)}$$

$$1 + G(k, \omega) QR(k, \omega) = QR(k, \omega) - QR(k, \omega) G(k, \omega) QR(k, \omega) + \dots,$$

$$(k, \omega) G(k, \omega) QR(k, \omega)$$

$$(k, \omega) G(k, \omega) QR(k, \omega)$$

$$(k, \omega) + \dots,$$

(3.12)

其中 $G(k, \omega) = D(k, \omega) S(k, \omega)$ ，以及未扰动的格林函数 $QR(k, \omega)$ 。

(k, ω) 。如图2所示， $QR(k, \omega)$

(k, ω) 由一环图表示，其中夸克传播子的方向对于 D, S 是相反的。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 6 页

为了计算 $QR(k, \omega)$ ，首先引入Matsubara（虚时间）形式主义中的相应函数

$$QD(k) =$$

$$\frac{1}{Z} \int d^3x dt e^{i n \tau - ik \cdot x} T \hat{A}(x, \tau) \hat{A}^\dagger(0, 0) \text{ free} \\ = -2Nf(Nc - 1) \\ \frac{1}{Z} \text{p TrD}[G_0(p)G_0(k - p)], \quad (3.13)$$

$$QS(k) =$$

$$\frac{1}{Z} \int d^3x dt e^{i n \tau - ik \cdot x} T \hat{\psi}(x, \tau) \hat{\psi}^\dagger(0, 0) \text{ free} \\ = -2Nf Nc \\ \frac{1}{Z} \text{p TrD}[G_0(p)G_0(k + p)], \quad (3.14)$$

其中 $k = (k, i n)$ 是集体指数， $n = 2n / T$ 是玻色子的Matsubara频率， $\cdot \text{ free}$ 表示非相互作用系统中的期望值， $G_0(p) = G_0(p, i m) = 1 / [(i m + \mu) \gamma_0 - p \cdot \boldsymbol{\gamma} - M]$ 是自由夸克传播子， $m = (2m + 1) / T$ 是费米子的Matsubara频率。然后通过解析延拓 $i n \rightarrow i n + \epsilon$ 得到延迟函数 $QR(k, \omega)$

$$Q(k) = Q(k, i n) - \dots - \dots \\ i n + \epsilon \rightarrow QR(k, \omega). \quad (3.15)$$

为了方便起见，我们还引入了延迟的T矩阵

$$R(k, \omega) = \frac{1}{G^{-1} + QR(k, \omega)} = G^{-1} - G^{-1} DR(k, \omega) G^{-1}, \quad (3.16)$$

这也意味着

$$DR(k, \omega) = G^{-1} QR(k, \omega) R(k, \omega). \quad (3.17)$$

T矩阵 (3.16) 的一个重要特性是，它们的低能低动量极限与 MFA的二阶导数相关

$$\lim_{|k| \rightarrow 0} R^{-1}(k, 0) = 2 \frac{\partial^2 MFA}{\partial M^2}$$

$$\lim_{|k| \rightarrow 0} R^{-1}(k, 0) = 2 \frac{\partial^2 MFA}{\partial M^2}$$

$$(3.18)$$

如[35]所述，可以很容易地验证。

由于热力学势满足在2SC-PT (QCD-CP) 处 $\frac{\partial^2 MFA}{\partial M^2} = 0$ ($\frac{\partial^2 MFA}{\partial M^2} = 0$)，从式 (3.18) 可以立即得出，在各自的临界点满足 $R^{-1}(0, 0) = 0$ 和 $DR^{-1}(0, 0) = 0$ ，

$$(3.19)$$

这些特性被称为Thouless准则[52]。

虽然这里提出的Thouless准则的推导依赖于MFA和RPA，但它具有超越MFA的一般有效性，反映了 $\lim_{|k| \rightarrow 0} R^{-1}(k, 0)$ 对应于在二阶相变时发散的序参量场的极化率的事实[39]。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第6页(续)

Thouless准则的一个重要后果是， $DRD(k, \mu)$ 和 $DRS(k, \mu)$ 在2SC-PT和QCD-CP处分别有一个无质量的极点 $\omega(k) = 0$ 。由于极点 $\omega(k)$ 作为 T 和 μ 的函数连续变化，即使在远离转变点的情况下，极点也保持在原点 $\omega = 0$ 附近。这种模式被称为相应相变的软模。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第7页

7/21

3.3. QR 的分析结构

QR 的虚部计算为[35]

$$\text{ImQRD}(k, \mu) = -$$

$$N_f(N_c - 1)T$$

$$4$$

$$(\mu^2 + 2\mu)^2 - k^2$$

$$|k|$$

$$\times$$

$$\frac{1}{\mu^2 - |\mu + 2\mu|}$$

$$\frac{1}{|\mu + 2\mu| -$$

$$p$$

$$k^2 + 4M^2$$

$$FD$$

$$, \frac{1}{\mu^2 - k(|k|, \mu + 2\mu)}$$

$$+$$

$$\frac{1}{\mu^2 - k(|k|, \mu) - |\mu + 2\mu|}$$

$$h$$

$$FD$$

$$, \frac{1}{\mu^2 - k(|k|, \mu + 2\mu)}$$

$$- FD$$

$$,$$

$$i$$

$$(3.20)$$

$$FD(\mu, x) = 2$$

$$s = \pm$$

$$s \log \cosh([\mu + sx]/4T),$$

$$(3.21)$$

以及

$$\text{ImQRS}(k, \mu) = -$$

$$N_f N_c T$$

$$4$$

$$2 - k^2 - 4M^2$$

$$|k|$$

$$\times$$

$$\frac{1}{\mu^2 - |k|}$$

$$\frac{1}{|k| -$$

$$p$$

$$k^2 + 4M^2$$

$$FS$$

$$, \frac{1}{\mu^2 - k(|k|, \mu)}$$

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第7页 (续)

$$+ \frac{\hbar^{-1} k(|k|, \tau) - |k|}{FS} \frac{\hbar^{-1} k(|k|, \tau) - FS}{i} \quad (3.22)$$

$$FS(\tau, x) = \int_{s, t = \pm} s \log \cosh([\tau + sx - 2t\mu]/4T). \quad (3.23)$$

从方程(3.20)和(3.22)中，可以发现方程(3.20)中括号内的第一项（第二项）在 $|k| + 2\mu > p$ $k^2 + 4M^2$

($|k| + 2\mu < \hbar^{-1} k(|k|, \tau)$)时取非零值，而方程(3.22)中的项在 $|k| > p$ $k^2 + 4M^2$

($|k| < \hbar^{-1} k(|k|, \tau)$)时取非零值。(3.24) (3.25)

还可以从方程(3.20)和(3.22)中验证，QRD(k, τ)和QRS(k, τ)在支持边界(3.24)和(3.25)处不是解析的。因此，QRS(k, τ)在原点处不是解析的，而QRD(k, τ)在那里是解析的。正如我们稍后将看到的，这导致了2SC-PT和QCD-CP的软模性质的本质差异。在这里，我们想要澄清关于与QCD-CP相关的软模性质的文献中存在的混淆，如果不是误解。如第3.2节所述，DRS(k, τ)在原点处不是解析的，与DRD(k, τ)不同。这种差异源于动力学结构因子的差异；尽管SD(k, τ)在原点周围是解析的，但SS(k, τ)不是，并且在原点处有不同的极限值，这取决于是在空间区域还是时间区域接近。空间区域中存在的极点主要代表由（夸克）粒子-空穴激发组成的密度波动，并且当系统接近临界点时，在复能量平面上向原点移动，显示出软模的本质[16,17]。在时间区域中，DRS(k, τ)也存在极点，如 ρ 和 σ 介子激发，并且没有显示出任何软化行为。实际上，对于SS(k, τ)在时间区域中的光谱函数的支持仅存在于 $|k| > p$ $k^2 + 4M^2$ 的区域，因为M在QCD-CP处保持非零。因此，如果像某些文献中看到的那样用符号 ρ 表示QCD-CP的软模可能会造成混淆，甚至是不恰当的；一个可能的替代可能是用 s 表示，其中s代表“声波”。

3.4. 线性化时变Ginzburg-Landau (TDGL) 近似

在本小节中，我们推导出接近2SC-PT和QCD-CP的软模的有效方程，称为线性化时变Ginzburg-Landau (TDGL) 方程[35]。这些方程是通过将 $R(k, \omega)$ 关于 k 和 ω 进行展开得到的。在推导过程中，2SC-PT和QCD-CP的软模的解析性质中的定性差异将变得明显。所得的TDGL方程将在后续章节中以简单的方式有助于研究软模对各种可观测量的影响。

3.4.1. 2SC-PT的软模

让我们从2SC-PT的软模开始，这是一个编码在 $R_D(k, \omega)$ 中的集体模。如第3.2节所述，这个T矩阵在 $T = T_c$ 时满足 $R_D^{-1}(0, 0) = 0$ ，并且在 $\omega = |\mathbf{k}| = 0$ 时是解析的。因此，在小的 k 和 $|\mathbf{k}|$ 下，这个函数很好地被泰勒展开 $R_D^{-1}(k, \omega) \approx AD(k) + CD$ 所近似 (3.26)，在2SC-PT附近，其中 $AD(k) = G - 1/D + QR_D(k, 0)$ ， $CD = QR_D(0, \omega)/\omega$ ，这些是分别被发现的实数和复数。由于Thouless准则 (3.18) 告诉我们 $AD(0) = 0$ 在 $T = T_c$ 时，方程 (3.26) 进一步展开为 $R_D^{-1}(k, \omega) \approx aD + bDk^2 + cD$ ，(3.28)，其中缩放温度 $\omega = (T - T_c)/T_c$ 。(3.29)

近似公式 (3.28) 对应于线性化时变Ginzburg-Landau (TDGL) 方程[39]。事实上，线性响应理论，方程 (3.11)，表明场的方程运动在无穷小外部场下由 $R_D^{-1}(k, \omega) (k, \omega) = 0$ 给出，其傅里叶变换给出线性化TDGL方程 $(iCD/\omega - bDk^2 + \tilde{a}D) = 0$ 。在以下内容中，我们将方程 (3.28) 和 (3.26) 分别称为TDGL和低能 (LE) 近似。数值验证表明，这些近似很好地再现了在2SC-PT附近的RPA中得到的 $R_D^{-1}(k, \omega)$ [35]。

从方程 (3.28) 中，软模的色散关系可以很容易地得到 $\omega = -(\tilde{a}D + bDk^2) / cD$ 。(3.30)

当 $|Re cD| \gg |Im cD|$ 时，方程 (3.28) 可以重写为

$$R_D(k, \omega) = \frac{1}{aD + bDk^2 + cD} = \frac{|Im cD|}{1 + iGL + Dq^2}, \quad (3.31)$$

其中 $GL = |cD|/aD$ 和 $D = bD/aD$ 分别是软模的弛豫时间和相干长度。方程 (3.31) 表明软模是一个阻尼模。

使用近似 $M = T + |\mu|$ 和 $T/\mu \gg 1$ ，方程 (3.28) 中的系数计算为

$$\begin{aligned} \tilde{a}D &= \frac{2N_f(N_c - 1)}{\mu^2} \\ bD &= \frac{7N_f(N_c - 1)}{48} \frac{4}{\mu^2} \frac{1}{T^2} \\ cD &= -i \frac{N_f(N_c - 1)}{\mu^2} \end{aligned}$$

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第8页(续)

4

μ^2

T

,

(3.32)

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 9 页

第9页

9 of 21

对数项[35]。由于方程 (3.32)，方程 (3.31) 中弛豫时间和相干长度的表达式简化为

$$\begin{aligned}
GL &= \sqrt{8T^{(1/2)}}, \\
D &= r^{(7/3)} / (96T^{(2/3)^{(1/2)}}),
\end{aligned}
\tag{3.33}$$

分别。可以看出，这两个量都不依赖于 μ ，并且当 $T \rightarrow 0$ 时发散。

3.4.2. QCD-CP的软模

QCD-CP的软模可以像2SC-PT一样处理。对于小的 k 和 $|k|$ ， $R_S(k, \omega)$ 被近似为

$$R_S^{(-1)}(k, \omega) \approx AS(k) + CS(k),
\tag{3.34}$$

其中

$$AS(k) = G_S^{(-1)} + QR_S(k, 0)$$

和

$$CS(k) = QR_S(k, \omega) / (\omega = 0),$$

它们被发现分别是实部和纯虚部。方程 (3.35) 与方程 (3.26) 的一个重要区别是 $R_S^{(-1)}(k, \omega)$ 在 $\omega = |k| = 0$ 处不是解析的；反映这一点， $CS(k)$ 在 $k \rightarrow 0$ 时发散为 $1/|k|$ 。正如第3.3节所讨论的， $R_S(k, \omega)$ 在 $|\omega| = \bar{v}k(|k|, \bar{v})$ 处有间断。因此，LE近似 (3.34) 仅在 $|\omega| < \bar{v}k(|k|, \bar{v})$ 的区域内有效，不适用于时间区域。这种解析性质表明，QCD-CP的软模位于空间区域，因此不是时间区域中的传统介子激发。

方程 (3.34) 进一步展开为

$$R_S^{(-1)}(k, \omega) \approx aS(T, \mu) + bS|k|^2 + cS / |k|,
\tag{3.36}$$

其中 $aS(T, \mu) = G_S^{(-1)} + \lim_{|k| \rightarrow 0} QR_S(k, 0)$ 。我们将其称为 $R_S(k, \omega)$ 的TDGL近似，类似于方程 (3.28)。与2SC-PT的情况不同，方程 (3.34) 或 (3.36) 仅适用于空间区域。当我们使用它时，我们假设在时间区域 $R_S(k, \omega) = 0$ 。方程 (3.36) 中的最后一项在空间区域是有限的。

方程 (3.36) 中的参数 $aS(T, \mu)$ 在2SC-PT的情况下在QCD-CP处为零。然而，它在那里的行为比2SC-PT的情况更复杂：当 T 和 μ 以不同的固定比例 $T - TCP : \mu - \mu_{CP}$ 线性接近QCD-CP[35]时，它会有不同的变化；例如，

aS

CP

平行于一阶线，

$$aS \propto (\mu - \mu_{CP})^{2/3}$$

否则，

$$aS \propto (\mu - \mu_{CP})$$

在MFA中

$$CP = s / (T - TCP)^2 + (\mu - \mu_{CP})^2
\tag{3.38}。$$

4. 夸克激发谱中伪隙的出现

在前面几节中，我们已经看到， ρ 和 M 的波动在2SC-PT和QCD-CP附近增强，并形成了发达的集体模式，即软模，这些模式在二阶性质的临界点处变得无质量。软模的出现反过来可以自然地改变过渡附近各种物理可观测量（如 ρ 和 M ）的性质。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 10 页

10/21

T

T

...

图3. 非自洽T矩阵近似下表示夸克格林函数的费曼图。细线代表自由传播子G0，而粗线代表全传播子G。

点。在本节和下一节中，我们将研究一些在2SC-PT和QCD-CP附近的致密夸克物质中的可观测量。

在本节中，我们关注由于软模引起的夸克激发性质的修改。在强关联超导体中，如高温超导体和接近单位性极限的冷原子，已知在临界温度Tc附近的费米子激发表现出非传统性质。它们导致即使在临界温度以上，费米面上的态密度也会被抑制，这被称为伪隙现象。在本节中，我们探讨了在2SC-PT和QCD-CP附近夸克谱函数中可能出现伪隙的可能性。

夸克的激发性质包含在一粒子夸克谱函数 $A(k, \omega) = -1/\pi \cdot \text{Im}GR(k, \omega) = -1/\pi [GR(k, \omega) - GR^\dagger(k, \omega)]/2i$ 中，(4.39)其中包含延迟的夸克格林函数 $GR(k, \omega)$ 。从旋转和宇称不变性， $A(k, \omega)$ 的狄拉克指标可以分解为

$$A(k, \omega) = \rho_0(k, \omega) \rho_0 - v(k, \omega) \hat{k} \cdot \rho + s(k, \omega),$$

(4.40)其中 $\hat{k} = k/|k|$ 。在这里， $\rho_0(k, \omega)$ 代表夸克数强度，夸克的态密度通过此通道定义为

$$N(\omega) = 4/\int d^3k$$

Z

d3k

$$(2\pi)^3 \text{Tr}_c, f[\rho_0(k, \omega)],$$

(4.41)其中 $\text{Tr}_{c,f}$ 表示色和味指标迹。

为了通过结合2SC-PT的软模效应来计算夸克格林函数，我们采用非自洽T矩阵近似[25,53]，其中夸克传播子如图3所示。图中的细线和粗线分别代表自由传播子和全传播子。在 Matsubara形式中，此近似下的夸克自能由

$$\tilde{\Sigma}(\mathbf{p}, \mathbf{n}) = -4$$

A=2,5,7

$$(\mathbf{A})2T$$

m

Z

d3k

$$(2\pi)^3 \tilde{D}(\mathbf{p} + \mathbf{k}, \mathbf{n} +$$

m)G0(k,

m),

$$(4.42)$$

其中 $\tilde{D}(\mathbf{p}, \mathbf{n})$ 是虚时间形式中的T矩阵。在方程(4.42)中，双夸克软模效应包含在夸克通过T矩阵传播的过程中。

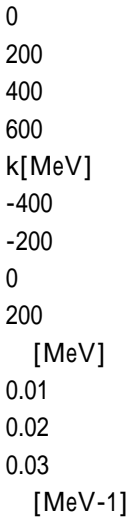
在图4中，我们展示了在 $\mu = 400\text{MeV}$ 和 $\beta = 0.01$ （左）和 0.2 （右）下，通过此近似在2SC-PT附近获得的谱函数 $\rho_0(k, \omega)$ ，其中 $\beta = (T - T_c)/T_c$ 。可以看到，在两个图中 $\omega = \pm k - \mu$ 周围都有明显的峰值结构，分别对应准夸克和反夸克激发。准夸克峰在费米能级 $\omega = 0$ 附近有明显的凹陷，这意味着夸克激发的衰变率在那里增强。凹陷变得更加-----

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 11 页

11/21

a) $\mu = 0.01$



b) $\mu = 0.2$

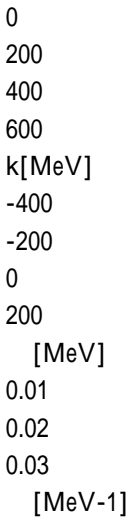
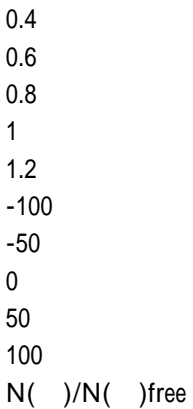


图4. 在 $\mu = 400 \text{ MeV}$ 和 $\mu = 0.01$ 和 0.2 时的谱函数 $\rho(k, \omega)$ 。上图为费米面附近的放大图[53]。 $\rho(k, \omega) = \rho(k - \mu, \omega)$ 和 $\rho(k, \omega) = \rho(-k - \mu, \omega)$ 处的峰分别对应于夸克和反夸克准粒子。注意在 $\omega = 0$ 附近存在一个凹陷，这是伪隙形成的原因。



$\mu = 350 \text{ MeV}$

$\mu = 0.20$

$\mu = 0.05$

-100

-50

0

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 11 页 (续)

50
100

$\mu = 400 \text{ MeV}$
 $=0.02$
 $=0.01$

-100
-50
0
50
100

$\mu = 500 \text{ MeV}$

图5. 在 $\mu=400\text{MeV}$ 和不同的 $(T-T_c)/T_c$ [53]下的态密度。虚线表示自由夸克的态密度。可以看到明显的伪隙结构，该结构在 $(T-T_c)/T_c = 0.05$ 时仍然存在。

当 $(T-T_c)/T_c$ 减小时，这种现象非常显著。这种行为与传统费米液体的行为相反，在准粒子的寿命随着 $(T-T_c)/T_c$ 接近费米能时变长。将此谱函数代入方程(4.41)，可以得到夸克态密度 $N(k, \omega)$ 。在图5中，我们展示了 $\mu=350, 400, 500 \text{ MeV}$ 和几个 $(T-T_c)/T_c$ 值下的态密度，该态密度已归一化到自由夸克的态密度 $N_{\text{free}}(k, \omega) = 2N_f N_c (\omega - \mu)^2 / \omega^2$ [53]。对于所有 μ 值，在 $(T-T_c)/T_c = 0.01$ 时，态密度在费米能附近出现明显的凹陷，并且这种凹陷在 $(T-T_c)/T_c = 0.05$ 时仍然存在。这一结果显示了色超导体的伪隙现象。通过[25,53]中首次展示的 $\chi_0(k, \omega)$ 和 $\chi_1(k, \omega)$ 的非费米液体行为，可以自然地理解夸克态密度中伪隙的出现。由于QCD-CP的软模引起的类似伪隙现象已在参考文献[54]中进行了研究。然而，在这种情况下，发现夸克谱具有复杂的丰富结构。在热相对论系统中，已知简单的玻色子交换相互作用会导致费米子激发中的质量隙，称为热质量。当与费米子耦合的玻色子质量为零时，费米子激发有两个分支，其中一个称为等离子体子。还知道，当玻色子质量非零时，费米子谱显示出三峰结构；除了正常和等离子体子模式外，还出现几乎无质量的模式。在参考文献[55,56]中，这种三峰结构在手征极限中的手征相变附近得到证实。然后，分析扩展到参考文献[54]中的QCD-CP；对于 $\mu=0$ 的情况，也可参见[57,58]。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 12 页

第12页

+ . . .

=

+

+ . . . +

+

图6. 二重夸克软模对热力学势的贡献。

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)

图7. Aslamazov-Larkin (a)、Maki-Thompson (b) 和态密度 (c、d) 项的图示，其中波浪线代表光子。

5. 电导率和双轻子产生率

在本节中，我们探讨了软模对2SC-PT和QCD-CP附近电导率和双轻子产生率 (DPR) 的影响。这些量由延迟光子自能

$R_{\mu}(k, \omega)$ 导出，其表达式为

$$R_{\mu}(k, \omega) =$$

\int

$$d^4x e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})} [j_{\mu}(x, t), j_{\nu}(0, 0)] \quad (t),$$

(5.43)

其中 $j_{\mu}(x, t)$ 是电电流算符。电导率 由方程(5.43)的低能极限给出，即

$$\sigma = -1$$

$\lim_{\omega \rightarrow 0}$

$\lim_{k \rightarrow 0}$

$\lim_{\omega \rightarrow 0}$

$\lim_{k \rightarrow 0}$

$\lim_{\omega \rightarrow 0}$

$\lim_{k \rightarrow 0}$

$\lim_{\omega \rightarrow 0}$

$$\text{Im} R_{ii}(0, \omega),$$

(5.44)

而DPR与 $R_{\mu}(k, \omega)$ 相关，其关系式为

\int

$$d^4k = -$$

\int

\int

\int

\int

$$e^{-\beta/T} - 1 g_{\mu} \text{Im} R_{\mu}(k),$$

(5.45)

其中 g_{μ} 是精细结构常数。

在本节中，我们首先通过引入软模以满足Ward-Takahashi (WT)恒等式来构建光子自能 $R_{\mu}(k, \omega)$ ，然后从中推导出

电导率和DPR。在本节的整个过程中，我们假设 $R_{\mu}(k, \omega)$ 由三部分组成

$$R_{\mu}(k, \omega) = R_{\mu}^{\text{free}}(k, \omega) + R_{\mu}^{\text{D}}$$

R_{μ}^{S}

R_{μ}^{S}

$$(k, \omega) + R_{\mu}^{\text{S}}$$

R_{μ}^{S}

$$(k, \omega),$$

(5.46)

其中 R_{μ}^{free}

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 12 页 (续)

D

(k, μ) 和 R_{μ}

S

(k, μ) 分别代表 2SC-PT 和 QCD-CP 软模的贡献, 这些贡献将在下文中定义, 而 R_{μ}

D

(k, μ) 是自由夸克系统的自能。在 Matsubara 形式中, 它表示为

$$\tilde{\Sigma}(k, \mu) = N_c C_{em} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [G_0(p+k) G_0(p)],$$

Z

$$\tilde{\Sigma}(k, \mu) = N_c C_{em} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [G_0(p+k) G_0(p)],$$

(5.47)

其中 $e_u = 2|e|/3$ ($e_d = -|e|/3$) 是上夸克 (下夸克) 的电荷, e 是电子电荷, $C_{em} = e^2$

$u + e^2$

d 。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 13 页

13/21

5.1 光子自能

5.1.1 2SC-PT软模的贡献

首先，让我们研究 R_μ

$D(k, \mu)$ ，它代表了2SC-PT软模的影响。为了以规范不变的方式构建它，我们首先从软模对热力学势 $D = 3$

$$Z \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \ln[\tilde{G}D(p) - 1]$$

的贡献出发，这是 $\tilde{D}(p)$ 的一环图。方程(5.48)的图形表示如图6所示，其中 $\tilde{D}(p)$ 是方程(3.16)对应的虚时间T矩阵，系数3来自反对称的三个反夸克模式通道。然后，通过在 D 的夸克线上任意两点处附加电磁顶点，构建满足WT恒等式的光子自能。此过程导致图7所示的四种类型图；在金属超导理论[39]中，它们分别被称为(a)阿斯拉马佐夫-拉林(Aslamazov-Larkin, AL) [36]，(b)上田-汤普森(Maki-Thompson, MT) [37,38]，以及(c, d)态密度(DOS)项。在 Matsubara 形式中，我们有

$\tilde{D}(k, \mu) = \tilde{D}(k) + \tilde{D}(k, \mu)$
 $AL, D(k) + \tilde{D}(k, \mu)$
 $MT, D(k) + \tilde{D}(k, \mu)$
 $DOS, D(k),$
 (5.49)

其中

$$\tilde{D}(k) = 3 \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \tilde{D}(q, q+k) \tilde{D}(q+k, q) \tilde{D}(q)$$

其中

$$\tilde{D}(q, q+k) = 4(N_c - 1) e^2 \text{Tr} [G_0(p) G_0(p+k) G_0(q-p)]$$

$$MT(DOS), D(k) = 3 \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \tilde{D}(q) R_\mu$$

$$MT(DOS), D(q, k) = 8(N_c - 1) e^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \text{Tr} [G_0(p) G_0(p+k) G_0(q-p-k) G_0(q-p)]$$

分别表示AL、MT和DOS项的贡献，顶点函数 $\tilde{D}(q, q+k) = 4(N_c - 1) e^2$

$$D(q, q+k) = 4(N_c - 1) e^2 \text{Tr} [G_0(p) G_0(p+k) G_0(q-p)]$$

$$MT, D(q, k) = 8(N_c - 1) e^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \text{Tr} [G_0(p) G_0(p+k) G_0(q-p-k) G_0(q-p)]$$

$$DOS, D(q, k) = 4(N_c - 1) e^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \text{Tr} [G_0(p) G_0(p+k) G_0(q-p-k) G_0(q-p)]$$

$$D(q, q+k) = 4(N_c - 1) e^2$$

$u + e^2$

d)

$s = \pm$

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 13 页 (续)

Z

$$p \text{Tr} D[G_0(p) - \mu G_0(p + sk) - G_0(p)G_0(q - p)], \quad (5.54)$$

$q = (q, i, n)$ 代表软模的四动量。可以明确地检查它们满足WT恒等式

$$k_\mu \tilde{\mu} \mu D(q, q + k) = (eu + ed)[QD(q + k) - QD(q)], \quad (5.55)$$

$$k_\mu R_\mu D(q, k) = (eu + ed)[\tilde{\mu} D(q - k, q) - \tilde{\mu} D(q, q + k)], \quad (5.56)$$

其中 R_μ

$$D(q, k) = R_\mu$$

$$MT, D(q, k) + R_\mu$$

DOS, $D(q, k)$ 。使用方程(5.55)和(5.56), 还可以验证 $\tilde{\mu} \mu(k)$ 满足WT恒等式 $k_\mu \tilde{\mu} \mu(k) = 0$ 。

在以下数值分析中, 我们使用LE或TDGL近似来近似方程(5.50)和(5.51)中的 $\tilde{\mu} D(q)$ 。在这种情况下, 顶点 $\tilde{\mu} \mu$

$$D(q, q + k) \text{ 和 } R_\mu$$

$D(q, k)$ 被确定, 以便满足这些近似的T矩阵的方程(5.55)和(5.56)。这个程序最容易通过顶点的低能-动量展开来实现。

当采用LE近似时, 可以证明 R_μ

$D(q, k)$ 是动量的实函数。利用这一性质, 可以证明

Im

$$R_{ij} MT, D(k,) + R_{ij} \text{DOS}, D(k,) = 0, \quad (5.57)$$

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 14 页

第14页

+ . . .
=
+
+ . . . +
+

图8. QCD-CP软模对热力学势的贡献。

- (a)
- (c)
- (e)
- (g)
- (i)
- (b)
- (d)
- (f)
- (h)
- (j)

图9. Aslamazov-Larkin (a) – (d)、Maki-Thompson (e, f) 和态密度 (g) – (j) 项的图示表示，其中单线、双线和波浪线分别代表夸克、软模和光子。即，MT和DOS项在 $\text{Im } R_{ij}(k, \omega)$ [59]中完全抵消。由于电导率和DPR仅依赖于 $\text{Im } R_{ij}(k, \omega)$ ，正如方程(5.44)和(5.45)所示，方程(5.57)表明只有AL项对这两个量有贡献。通过将 $i \rightarrow i + i$ 进行解析延拓，从方程(5.50)得到 $\text{Im } R_{ijD}(k, \omega)$ 的显式形式：

$$\begin{aligned} \text{Im } R_{ijD}(k, \omega) &= \text{Im } R_{ijAL,D}(k, \omega) \\ &= 3 \\ &Z \\ &d^3q \\ &(2\pi)^3 \int d^3q \int_0^{\omega} d\omega' \text{Im } R_{ijD}(q, \omega + \omega') \text{Im } R_{ijD}(q + k, \omega - \omega') \\ &Z d \\ &2 \coth \\ &2T \\ &\text{Im } R_{ijD}(q, \omega) \\ &n \\ &\text{Im } R_{ijD}(q + k, \omega + \omega') - \text{Im } R_{ijD}(q - k, \omega - \omega') \\ &0 \\ &. \\ &(5.58) \end{aligned}$$

5.1.2. QCD-CP软模的贡献

接下来，我们计算 $R_{\mu\nu}(k, \omega)$ ，即QCD-CP软模对光子自能的修正[27]。由于计算过程与第5.1.1节类似，以下将省略重复的描述。

与前面的分析类似，我们从图8中所示的QCD-CP软模的一环图开始，这是热力学势 $S = R$

$$p \ln[GS \sim - 1$$

$S(p)]$ 的最低阶贡献。在 S 中，将电磁顶点附着在夸克线的任意两个不同点，我们得到图9中所示的十种图，因为在这种情况下，顶点中夸克线的方向应该区分，所以图的数目比图7多。我们将图(a) – (d)称为AL，(e)、(f)称为MT，(g) – (j)称为DOS项。在虚时间形式中，相应的光子自能贡献分别表示为：

$$\begin{aligned} \tilde{\mu} \text{Im } R_{ijAL,S}(k) &= \\ f=u,d \\ Z \\ q \\ \tilde{\mu} \int d^3q \int_0^{\omega} d\omega' \text{Im } R_{ijD}(q, \omega + \omega') \text{Im } R_{ijD}(q + k, \omega - \omega') \\ &= \text{Im } R_{ijD}(q, \omega) \\ &= \text{Im } R_{ijD}(q + k, \omega + \omega') - \text{Im } R_{ijD}(q - k, \omega - \omega') \\ &0 \\ &. \\ &(5.59) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mu} \text{Im } R_{ijMT,S}(k) &= \\ f=u,d \end{aligned}$$

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 14 页 (续)

Z

q

$$\sim S(q) R \mu \quad MT, f(q, k),$$

(5.60)

$$\sim \mu \quad \text{DOS}, S(k) =$$

f=u,d

Z

q

$$\sim S(q) R \mu \quad \text{DOS}, f(q, k),$$

(5.61)

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 15 页

15/21

总共给出 $\tilde{\chi}(\mu)$

$S(k)$ 为

$\tilde{\chi}(\mu)$

$S(k) = \tilde{\chi}(\mu)$

AL, $S(k) + \tilde{\chi}(\mu)$

MT, $S(k) + \tilde{\chi}(\mu)$

DOS, $S(k)$.

(5.62)

与之前一样，可以显式地检查这些方程中的顶点函数满足WT恒等式

$k \mu \tilde{\chi}(\mu)$

$f(q, q+k) = -ef[\tilde{\chi} - 1$

$S(q+k) - \tilde{\chi} - 1$

$S(q)]$,

(5.63)

$k \mu R \mu$

$f(q, k) = -ef[\tilde{\chi}$

$f(q-k, q) - \tilde{\chi}$

$f(q, q+k)]$,

(5.64)

其中 $R \mu$

$f(q, k) = R \mu$

MT, $f(q, k) + R \mu$

DOS, $f(q, k)$. Eq. (5.62) 的WT恒等式 $k \mu \tilde{\chi}(\mu)$

$S(k) = 0$ ，很容易通过Eqs. (5.63)和(5.64)验证。

与前面的子节一样，我们使用LE或TDGL近似 $\tilde{\chi} = S(q)$ ，并确定顶点函数 $\tilde{\chi}(\mu)$

$f(q, q+k)$ 和 $R \mu$

$f(q, k)$ ，使它们满足Eqs. (5.63)和(5.64)。然后可以证明 R_{ij}

$f(q, k)$ 仅是动量 q 和 k 的实函数。利用这一性质和与我们在Eq. (5.57)中所做的相同程序，可以证明MT和DOS项在 $\text{Im} R$

μ

S

$(k,)$ 的空间分量中相互抵消。因此， $\text{Im} R_{ij}$

$S(k,)$ 再次仅由AL项给出。最终结果计算为

$\text{Im} R_{ij}$

$S(k,) = \text{Im} R_{ij}$

AL, $S(k,)$

=

f

Z

d^3q

$(2\pi)^3 \delta^3(q-k)$

$f(q, q+k) \delta^3(q-k)$

$f(q+k, q)$

$Z d$

$2 \coth$

$2T$

$\times \text{Im} R$

$S(q,)$

n

$\text{Im} R$

$S(q+k, +) - \text{Im} R$

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 15 页 (续)

$$S(q-k, \dots)$$

0

(5.65)

5.2 电导率

现在,我们将上述得到的光子自能应用于电导率的分析。由于光子自能由三个贡献组成,如Eq. (5.46)所示,零动量处的谱函数 $\chi''(0, \dots) = -\text{Im} R_{ii}(0, \dots)$ 也分解为

$$\chi''(0, \dots) = \text{free}(\dots) + D(\dots) + S(\dots),$$

(5.66)

其中 $\text{free}(\dots) = -\text{Im} R_{ii}$

$\text{free}(0, \dots)$, $D(\dots) = -\text{Im} R_{ii}$

$D(0, \dots)$, $S(\dots) = -\text{Im} R_{ii}$

$S(0, \dots)$ 。其中, $\text{free}(\dots)$ 不贡献于 $\chi''(0, \dots)$, 因为对于 $|\dots| < 2M$, $\text{free}(\dots) = 0$ 。在2SC-PT附近, $D(\dots)$ 支配 $S(\dots)$, 的行为仅由 $D(\dots)$ 描述,反之亦然。因此,在以下内容中,我们分别从 $D(\dots)$ 和 $S(\dots)$ 计算2SC-PT和QCD-CP附近的传输系数。

在讨论数值结果之前,分析地探讨 $\chi''(0, \dots)$ 在2SC-PT和QCD-CP附近的性质是有益的。从Eqs. (5.58)和(5.65)中,得到 $\chi''(0, \dots)$

($\chi'' = D, S$) 在 $\dots = 0$ 处的导数如下

$$\frac{d}{d\dots} \chi''(0, \dots)$$

n

$\dots = 0$

$$= 2^{-N}$$

Z

d³q

$$(2\pi)^3 |D(q, q)|^2$$

Z

d coth

2T Im R

(q, \dots)

n

n Im R

(q, \dots),

(5.67)

其中 $\dots^{-N} D = 3e^2$

$$, |D(q, q)|^2 = \dots$$

$$D(q, q)^2, \dots^{-N} S = e^2$$

u + e^2

$$d, \text{ 和 } |D(q, q)|^2 = \dots$$

f(q, q)^2.

在2SC-PT的情况下,当T接近Tc时,由于aD $\rightarrow 0$, Eq. (5.67)中的积分在 $(|q|, \dots) = (0, 0)$ 处发散。因此, Eq. (5.67)的主要贡献来自原点。这证明了使用TDGL近似(3.28)的合理性,并得到

$$= -3e^2$$

T

16

1

a^{1/2}

D b^{1/2}

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 15 页 (续)

D

$|c_D|^2$

$\text{Im}c_D$

$T^{-1/2}$.

(5.68)

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 16 页

第16页

16 of 21

10 - 3

10 - 2

10 - 1

10 - 3

10 - 2

10 - 1

100

- 1/2

GD = 0.70 GS

LE : $\mu = 350$ MeV

LE : $\mu = 400$ MeV

LE : $\mu = 500$ MeV

TDGL : $\mu = 350$ MeV

TDGL : $\mu = 400$ MeV

TDGL : $\mu = 500$ MeV

10 - 3

10 - 2

10 - 1

- 1/2

$\mu = 350$ MeV

LE : GD = 0.70 GS

LE : GD = 0.65 GS

LE : GD = 0.60 GS

TDGL : GD = 0.70 GS

TDGL : GD = 0.65 GS

TDGL : GD = 0.60 GS

$= (T - T_c)/T_c$

/ T

10 - 2

10 - 1

100

101

- 1

CP

along crossover/ first line

LE : crossover

LE : 1st (right)

LE : 1st (left)

TDGL : crossover

TDGL : 1st (right)

TDGL : 1st (left)

10 - 3

10 - 2

10 - 1

- 2/3

CP

$\mu = \mu_{CP}$

LE : $T > T_{CP}$

LE : $T < T_{CP}$

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 16 页 (续)

TDGL: $T > T_{CP}$

TDGL: $T < T_{CP}$

10^{-3}

10^{-2}

$-2/3$

CP

$T = T_{CP}$

LE: $\mu > \mu_{CP}$

LE: $\mu < \mu_{CP}$

TDGL: $\mu > \mu_{CP}$

TDGL: $\mu < \mu_{CP}$

$\sigma(T, \mu)$

$/T$

图10. 上部面板：在不同 μ 和 GD 值下，2SC-PT附近的电导率 σ 。粗红线和细蓝线分别是LE和TDGL近似的成果。在左侧面板中，线在 $\mu = 350, 400$ 和 500 MeV 下绘制， $GD/GS = 0.7$ 固定，而右侧面板显示了 $GD/GS = 0.70, 0.65$ 和 0.60 下 $\mu = 350$ MeV 的结果。虚线表示临界指数 $-1/2$ 。

下部面板：QCD-CP附近的电导率 σ 。在左侧面板中， T 和 μ 沿着转变线变化。中间和右侧面板分别显示了固定 $\mu = \mu_{CP}$ 和 $T = T_{CP}$ 的结果。每个面板中的虚线代表方程(5.70)中的临界指数。

此结果表明， σ 在 $T = T_c$ 时以临界指数 $-1/2$ 发散，这与平均场值相对应。方程(5.68)还告诉我们， σ 的大小对 μ 和 GD 没有明显的依赖性，这意味着 σ 在2SC-PT附近对 μ 不敏感。

接下来，我们考虑QCD-CP的情况。在这种情况下，使用TDGL近似(3.36)导致

$$S(\mu)$$

$$=0$$

$$= (e^2$$

$$u + e^2$$

$$d)T$$

$$2^{-3}$$

$$lmcS$$

$$aS$$

$$\tan^{-1} lmcS$$

$$aS$$

$$\cdot$$

$$(5.69)$$

使用方程(3.37)，我们随后获得渐近行为

$$1$$

$$aS$$

$$-1$$

CP

along the first-order PT or crossover transition lines,

$$-2/3$$

CP

otherwise.

$$(5.70)$$

接下来，让我们检查 σ 在2SC-PT和QCD-CP附近的数值行为。图10的上部面板显示了 σ/T 作为 $\mu = (T - T_c)/T_c$ 的函数。左侧面板显示了 $\mu = 350, 400, 500$ MeV 的结果， $GD/GS = 0.7$ 固定，而右侧面板在 $\mu = 350$ MeV 下 GD 的值变化。粗红线(细蓝线)显示了LE(TDGL)近似的结果：可以看到 σ/T 随着 T 接近 T_c 而增长，图中的虚线表示方程(5.68)中的指数。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 16 页 (续)

还可以看到, LE和TDGL结果在此极限下趋于接近。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 17 页

17/21

300

310

320

330

340

GD = 0.70GS

300

310

320

330

340

GD = 0.65GS

300

310

320

330

340

350

GD = 0.60GS

10-3

10-2

10-1

100

k [MeV]

[MeV]

图11. 在CP周围T- μ 平面上 χ/T 的等值线图，GD/GS分别为0.70、0.65和0.60。实线和虚线分别表示一级和二级相变。随着 μ 增大，它们之间的差异也增大。该图证实了 χ/T 对 μ 和GD不敏感，这与方程（5.68）中的分析结果一致。在图10的下部面板中，我们展示了QCD-CP作为 χ/T 的函数的数值结果。在左侧面板中，T和 μ 沿着相变线变化。对于一级相变侧，相变线上的结果显示了两个共存状态。对于 $T > T_{CP}$ 的交叉侧，相变线由手征 susceptibility, $M = 2 / M_2$ ，在给定温度T下取最大值的点定义。在中部面板中，我们设 $\mu = \mu_{CP}$ ，并改变T，而在右侧面板中， μ 随固定 $T = T_{CP}$ 变化。粗线和细线分别表示LE和TDGL近似的结果。细虚线表示方程（5.70）中的临界指数。我们看到，数值结果与QCD-CP附近的解析结果吻合良好。

图11显示了在同时考虑QCD-CP和2SC-PT效应时， χ/T 作为T和 μ 的函数的总结性全局行为；彩色图显示了LE近似[35]中GD/GS分别为0.70、0.65和0.60的结果。实线和虚线分别表示一级相变和二级2SC-PT。由于我们的形式不适用于 $\mu = 0$ 的2SC相，因此该相在图中留空。人们发现， χ/T 在QCD-CP和2SC-PT周围增强。由于QCD-CP的存在，沿着平行于一级相变线的临界线发生显著的增强。增强的两个孤立区域的存在，从HIC中的束能扫描的角度来看是很有趣的，因为它会导致实验可观察量作为碰撞能量的两个非单调行为。我们将在下一小节回到这一点。

5.3. 双光子产生率

最后，我们关注DPR，它是HIC中的一个实验可观察量。由于DPR是从方程（5.45）中的光子自能中提取的，我们使用第5.1节中获得的 $R_{ij}(k, \omega)$ 来计算它。

图12的左侧面板显示了在 $\mu = 350$ MeV和GD = 0.7GS时， $T/T_c = 1.01、1.1$ 和1.5以及临界温度 $T_c = 42.94$ MeV[26]下，2SC-PT附近每单位能量 ω 和动量k的DPR。粗线表示-----

来自软模的贡献，而细线代表自由夸克气体的贡献。可以看到，当 $T = 1.5T_c$ 时，与自由夸克气体相比，来自软模的DPR在小 ω 和k区域异常增强，并且随着T接近 T_c ，这种增强更为明显。这一结果符合软模的性质。在重离子碰撞（HIC）中，DPR被观测为不变质量 $M = (\omega^2 - k^2)$ 的函数，以消除介质运动的影响。图13显示了DPR在不变质量附近的谱图。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 18 页

第18页

$|k|$ [MeV]

0
50
100
150
200

[MeV]

0
100
200
300

d^4/d^3k [GeV⁻⁴fm⁻⁴]

10⁻⁸
10⁻⁷
10⁻⁶
10⁻⁵
10⁻⁴
10⁻³
10⁻²

fluc (T = 1.01T_c)

fluc (T = 1.10T_c)

fluc (T = 1.50T_c)

free (T = 1.01T_c)

free (T = 1.10T_c)

free (T = 1.50T_c)

$|k|$ [MeV]

0
50
100
150
200
250
300
350

[MeV]

0
100
200
300

d^4/d^3k [GeV⁻⁴fm⁻⁴]

10⁻⁸
10⁻⁷
10⁻⁶
10⁻⁵
10⁻⁴
10⁻³
10⁻²
10⁻¹
100

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 18 页 (续)

fluc (T = 1.01 Tc)

fluc (T = 1.1 Tc)

fluc (T = 1.2 Tc)

free (T = 1.01 Tc)

free (T = 1.1 Tc)

free (T = 1.2 Tc)

图12. 在Tc以上, $\mu = 350$ MeV时2SC的对偶子产生率每单位能量和动量k (左) [26]以及QCD-CP在 $\mu = \mu_{CP}$ (右) [27]的每单位能量和动量k的对偶子产生率, $GD = 0.7GS$ 。粗线 (细线) 表示软模 (无质量自由夸克气体) 的贡献。

0

100

200

300

400

M [MeV]

10-4

10-3

10-2

10-1

100

101

102

103

d^2/dM^2 [GeV⁻²fm⁻⁴]

$GC = 0.7GS, \mu = 350$ [MeV]

fluc (T = 1.01Tc)

fluc (T = 1.05Tc)

fluc (T = 1.20Tc)

fluc (T = 1.50Tc)

free (T = 1.01Tc)

free (T = 1.05Tc)

free (T = 1.20Tc)

free (T = 1.50Tc)

0

50

100

150

200

250

mII [MeV]

10-9

10-8

10-7

10-6

10-5

10-4

10-3

10-2

d^2/dm^2

II [GeV⁻²fm⁻⁴]

fluc (T = 0.99 Tc)

fluc (T = 0.95 Tc)

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 18 页 (续)

fluc (T = 0.9 T_c)

fluc (T = 0.8 T_c)

free (T = 0.99 T_c)

free (T = 0.95 T_c)

free (T = 0.9 T_c)

free (T = 0.8 T_c)

图13. 在T_c以上, $\mu = 350 \text{ MeV}$ 时2SC的对偶子产生率每单位能量 和动量k (左) [26]以及QCD-CP在 $\mu = \mu_{\text{CP}}$ (右) [27]的每单位能量 和动量k的对偶子产生率, GD = 0.7GS。粗线 (细线) 表示软模 (无质量自由夸克气体) 的贡献。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 19 页

19/21

2SC-PT (左) 和 QCD-CP (右) [27]。发现在低质量区域 $M \sim 200$ MeV 观察到 DPR 的异常增强。

DPR 的低能-动量极限与电导率有关,这在方程 (5.44) 和 (5.45) 中得到验证。因此,当由碰撞产生的介质穿过图中的红色区域时,重离子碰撞中的双光子产生增强[26,27]。图11中存在两个热点,分别对应于2SC-CP和QCD-CP,这可能表明束能扫描可以测量DPR的明显峰值[59]。

6. 简要总结和结论

在本文中,我们基于2味Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型,对QCD-CP和2SC-CP的软模及其与重离子碰撞的相关性进行了统一阐述。我们不仅全面讨论了与正常相中二次相变序参数耦合的物理量的静态波动,还讨论了动态波动,并展示了在平均场水平计算中这两个相变的软模确实存在。然后证明了软模影响各种可观测量并引起有趣的现象。首先,展示了2SC的二重子软模在2SC临界温度以上的正常相中费米面附近的夸克态密度中产生“伪间隙”。尽管伪间隙的出现与凝聚态物理学中观察到的类似现象密切相关,但它被留作一个未来问题,即确定好的可观测量以进行实验验证。作为实验上可行的可观测量,我们采用了电磁可观测量,如电导率和重离子碰撞中的双光子产生率,并表明这些量在很大程度上受到软模的影响,因此当系统从正常相接近各自的临界温度时,它们都以发散的方式增加。为此,我们扩展了成功解释金属超导性正常相中的“反常电导率”的思想。顺便提一下,软模还引起弛豫时间的一个有趣的反常行为[35]。

作者贡献:

两位作者对塑造项目和科研计划做出了同等贡献。M. K对实际计算做出了主要贡献,制作了图表,并撰写了除摘要、引言和最后一节之外的主要文本初稿,这些部分由T.K.撰写。作者对论文全文的最终完成做出了同等贡献。

致谢:

本研究部分得到JSPS KAKENHI (编号24K07049) 的支持。

Con

利益冲突:

作者声明不存在利益冲突。

ima, K.; Hatsuda, T. 密度QCD相图的相图。Rept. Prog. Phys. 2011, 74, 014001, [arXiv:hep-ph/1005.4814].
<https://doi.org/10.1088/0034-4885/74/1/014001>.

M.G.; Schmitt, A.; Rajagopal, K.; Schäfer, T. 密度夸克物质中的色超导。Rev. Mod. Phys. 2008, 80, 1455 – 1515, hep-ph/0709.4635]. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.80.1455>.

a, M.; Yazaki, K. 在有限密度和温度下的手征恢复。Nucl. Phys. A 1989, 504, 668 – 684. [https://doi.org/10.1016/0378-4371\(89\)90002-X](https://doi.org/10.1016/0378-4371(89)90002-X).

i, A.; Casalbuoni, R.; De Curtis, S.; Gatto, R.; Pettini, G. 在有限温度和密度下QCD中的手征对称性破缺。Phys. 1989, 231, 463 – 470. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(89\)90695-3](https://doi.org/10.1016/0370-2693(89)90695-3).

wa, M.; Koide, T.; Kunihiro, T.; Nemoto, Y. 具有矢量相互作用的简单理论中的手征和色超导相变。Prog. Theor. Phys. 2002, 108, 929 – 951, [hep-ph/0207255]. [更正: Prog.Theor.Phys. 110, 185 – 186 (2003)], <https://doi.org/10.1143/929>.

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 20 页

20/21

o, T. Quark number susceptibility and fluctuations in the vector channel at high temperatures. *Phys. Lett. B* 1991, 271, 395 – 402. doi.org/10.1016/0370-2693(91)90107-2.

Hatsuda, T.; Miake, Y. Quark-gluon plasma: From big bang to little bang; Vol. 23, 2005.

k, T. Future facilities for high μ B physics. *Nucl. Phys. A* 2019, 982, 163 – 169. https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2018.11.025.

A.; Esumi, S.; Koch, V.; Liao, J.; Stephanov, M.; Xu, N. Mapping the Phases of Quantum Chromodynamics with Beam Energy Scan. *pt.* 2020, 853, 1 – 87, [arXiv:nucl-th/1906.00936]. https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.01.005.

h, M.; et al.

Cumulants and correlation functions of net-proton, proton, and antiproton multiplicity distributions in Au+Au ns at energies available at the BNL Relativistic Heavy Ion Collider.

Phys. Rev. C 2021, 104, 024902, [arXiv:nucl-ex/2101.12413].

doi.org/10.1103/PhysRevC.104.024902.

ov, M.A.; Rajagopal, K.; Shuryak, E.V. Signatures of the tricritical point in QCD. *Phys. Rev. Lett.* 1998, 81, 4816 – 4819, [hep-ph/9806219].

doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.4816.

a, J.D. A Theory of highly condensed matter. *Annals Phys.* 1974, 83, 491 – 529. https://doi.org/10.1016/0003-4916(74)90208-5.

T. Fermi Liquid Properties of Nuclear Matter in a Relativistic Mean - Field Theory.

Nucl. Phys. A 1981, 370, 365 – 388.

https:

rg/10.1016/0375-9474(81)90103-2.

a, M.; Kitazawa, M. Fluctuations of conserved charges in relativistic heavy ion collisions: An introduction. *Prog. Part. Nucl. Phys.* , 299 – 342, [arXiv:nucl-th/1512.05038]. https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2016.04.002.

M.; et al. Dynamics of critical fluctuations: Theory – phenomenology – heavy-ion collisions. *Nucl. Phys. A* 2020, 1003, 122016, ucl-th/2001.08831]. https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2020.122016.

Scalar density fluctuation at critical end point in NJL model. *Phys. Rev. D* 2003, 67, 094018, [hep-ph/0302167]. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.094018.

; Ohtani, M. Sigma and hydrodynamic modes along the critical line. *Phys. Rev. D* 2004, 70, 014016, [hep-ph/0402263]. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.014016.

T.; Kunihiro, T.; Morita, K. Functional renormalization group analysis of the soft mode at the QCD critical point.

PTEP 2016,

3D01, [arXiv:hep-ph/1603.02147]. https://doi.org/10.1093/ptep/ptw062.

T.; Kunihiro, T.; Morita, K. Tachyonic instability of the scalar mode prior to the QCD critical point based on the functional renormalization-group method in the two-flavor case. *Phys. Rev. D* 2017, 96, 074028, [arXiv:hep-ph/1707.05520]. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.96.074028.

ra, T.; Iida, K.; Hatsuda, T.; Baym, G. Thermal fluctuations of gauge fields and first order phase transitions in color superconductivity. *Phys. Rev. D* 2004, 69, 074012, [hep-ph/0312042]. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.69.074012.

kis, I.; Hou, D.f.; Ren, H.c.; Ri

施克, D.H. 色超导中的量度场涨落和一级相变。物理评论快报。2004, 93, 232301, [hep-ph/0406031]. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.232301。

a, J.L.; 任, H.c.; 吉安纳基斯, I.; 侯, D.; 里斯克, D.H. 从一级相变到色超导的伦敦极限不存在。物理评论D。2006, 73, 094009, [hep-ph/0602218]. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.73.094009。

G.; 山本, N. 色超导相变的函数重整化群方法。JHEP。2019, 12, 069, [hep-ph/1908.03535]. https://doi.org/10.1007/JHEP12(2019)069。

wa, M.; 小池, T.; 国广, T.; 中本, Y. 热夸克物质中色超导的前兆。物理评论D。2002, 65, 091504, [hep-ph/0111022]. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.091504。

wa, M.; 小池, T.; 国广, T.; 中本, Y. 加热夸克物质中两味色超导的临界前现象：k-对涨落和非费米液体行为。理

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 20 页 (续)

论物理进展。2005, 114, 117–155, [hep-ph/0502035]。https://doi.org/10.1143/117。

ura, T.; 北澤, M.; 国广, T. 作为色超导前兆的奇异电子对产率的异常增加。PTEP. 22, 093D02, [arXiv:hep-ph/2201.01963]。https://doi.org/10.1093/ptep/ptac100。

ura, T.; 北澤, M.; 国广, T. 在QCD临界点附近电子对产率和电导率的增加。23, 2023, 053D01, [arXiv:hep-ph/2302.03191]。https://doi.org/10.1093/ptep/ptad051。

, Y.; 乔纳-拉辛尼奥, G. 基于超导类比的基本粒子的动力学模型。I. 物理评论。1961, –358。https://doi.org/10.1103/PhysRev.122.345。

, Y.; 乔纳-拉辛尼奥, G. 基于超导类比的基本粒子的动力学模型。II. 物理评论。1961, –254。https://doi.org/10.1103/PhysRev.124.246。

; 韦斯, W. 纳姆库和乔纳-拉辛尼奥模型：其对介子和核的启示。粒子与核物理进展。1991, 27, 195–272。https://doi.org/10.1016/0146-6410(91)90005-9。

ky, S.P. 量子色动力学中的纳姆库-乔纳-拉辛尼奥模型。现代物理评论。1992, 64, 649–708。https://doi.org/10.1103/RevModPhys.64.649。

a, T.; 国广, T. 基于手征有效拉格朗日的QCD现象学。物理评论快报。1994, 247, 221–367, [hep-ph/9401310]。https://doi.org/10.1016/0370-1573(94)90022-1。

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 21 页

21 of 21

.; Reinhardt, H.; Volkov, M.K. 有效量子色动力学 (QCD) 的强子理论。粒子与核物理进展, 1994, 33, 1 – 120. <https://doi.org/10.1016/0146>
)90043-4.

M. NJL模型分析大密度夸克物质。物理报告, 2005, 407, 205 – 376, [hep-ph/0402234]. <https://doi.org/10.1016/j>
.2004.11.004.

ura, T.; Kitazawa, M.; Kunihiro, T. 在色超导相变D临界点附近致密夸克物质的电磁响应。物理年鉴, 2024, 469, 169768, [arXiv:hep-ph/2405.09240]. <https://doi.org/10.1016/j>
.aop.2024.169768.

zov, L.; Larkin, A. 苏联固体物理, 10, 875 (1968)。物理快报A, 1968, 26, 238。

. 超导体中序参数的临界涨落。理论物理进展, 1968, 40, 193 – 200。

on, R.S. 污染型II类超导体的微波、通量流和涨落电阻。物理评论B, 1970, 1, 327。

A.; Varlamov, A. 超导体中的涨落现象; Springer, 2008; 第369 – 458页。

m, M. 超导性导论; Courier Corporation, 2004。

P.B.; Moore, G.D.; Yaffe, L.G. 高温规范理论中的传输系数。1. 领先对数结果。JHEP, 2000, 11, 001, /0010177]. <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2000/11/001>。

P.B.; Moore, G.D.; Yaffe, L.G. 高温规范理论中的传输系数。2. 超越领先对数。JHEP, 2003, 05, 051, /0302165]. <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2003/05/051>。

D. N=4 Yang Mills理论中动量和R-电荷相关算符的有限温度谱密度。物理评论D, 2006, 25, [hep-ph/0602044]. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.74.045025>。

, W.; Linnyk, O.; Steinert, T.; Ozvenchuk, V. 热QCD物质的电导率。

物理评论快报, 2013, 110, 182301,

ep-ph/1302.0906]. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.182301>。

M.; Bouras, I.; Greiner, C.; Xu, Z. 使用基于微扰QCD的强子物理方法研究夸克胶体的电导率。物理评论D, 2014, 90, 094014, [arXiv:nucl-th/1408.7049]. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.094014>。

G.; Nikolaev, A. 从晶格QCD视角看夸克胶体的电导率。欧洲物理期刊A, 2021, 57, 118, ep-lat/2008.12326]. <https://doi.org/10.1140/epja/s10050-021-00436-5>。

rek, O.; Shu, H.T. 从晶格QCD得到的谱和传输性质。物理讲义, 2022, 999, 307 – 345, [arXiv:hep-lat/2206.14676]. doi.org/10.1007/978-3-030-95491-8_8。

Y.; Hongo, M.; Hirano, T. 通过非对称重离子碰撞估计夸克胶体的电导率。物理评论C, 2014, 90, 021903, [arXiv:nucl-th/1211.1114]. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.90.021903>。

ura, K.; Miyoshi, T.; Nonaka, C.; Takahashi, H.R. 用于高能重离子核聚变的相对论性电阻磁流体动力学代码。欧洲物理期刊C, 2023, 83, 229, [arXiv:nucl-th/

2211.02310]. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-023-11343-y>。

M.; Rezzolla, L.; Elfner, H.; Inghirami, G.; Rischke, D.H. BHAC-QGP: 三维MHD相对论重离子ns碰撞模拟, II. 应用于Au-Au碰撞2024. [arXiv:hep-ph/2403.08669].

A.L.; Walecka, J.D. 多粒子系统的量子理论; Courier Corporation, 2012.

s, D.J. 统计力学中的微扰理论和超导理论。物理学年刊1960, 10, 553 – 588.

a, M.; Koide, T.; Kunihiro, T.; Nemoto, Y. 加热夸克物质中色超导的伪隙。物理评论D 2004, 70, 056003, /0309026]. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.056003>。

a, M.; Kunihiro, T.; Nemoto, Y. 通过与QCD临界点的软模耦合产生软夸克激发。物理评论D 2014, 90, 116008, [arXiv:hep-ph/1409.3733]. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.116008>。

a, M.; Kunihiro, T.; Mitsutani, K.; Nemoto, Y. 在有限温度下与质量玻色子耦合的无质量和有质量夸克的谱性质。物理评论D 2008, 77, 045034, [arXiv:hep-ph/0710.5809]. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.045034>。

wa, M.; Kunihiro, T.; Nemoto, Y. 在与质量玻色子耦合的温度下出现新的集体激发和准粒子图像。理论物理进展 2007, 117, 103 – 138, [hep-ph/0609164]. <https://doi.org/10.1143/PTP.117.103>。

a, M.; Kunihiro, T.; Nemoto, Y. 在接近临界温度的色散转变附近夸克谱。物理快报B 2006, 633, 269 – 274, /0510167]. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2005.11.076>。

wa, M.; Kunihiro, T.; Nemoto, Y. 在非零温度下可能产生异常软夸克激发: 非双曲波函数和van Hove奇点的产生。物理评

与QCD临界点和色超导电性相关的软模动力学——伪隙、异常双夸克产生和电导率

原文第 21 页 (续)

论D 2014, 89, 056002, [arXiv:hep-ph/1312.3022]. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.89.056002>.

ura, T.; Nara, Y.; Steinheimer, J. 在色超导相和QCD临界点附近增强双 子产生 2023.

ep-ph/2311.14135].

出版者声明：所有出版物中的声明、观点和数据仅代表个别作者的观点，不代表MDPI和/或编辑的观点。MDPI和/或编辑对任何人员或财产的伤害不承担责任，也不对内容中提到的任何想法、方法、指示或产品承担责任。